

Elżbieta MACIOSZEK

MODELE RUCHU NA MAŁYCH RONDACH

Streszczenie. Na podstawie analiz i opracowań wyników z przeprowadzonych pomiarów odstępów czasu pomiędzy pojazdami zgłaszającymi się na wloty małych rond oraz analiz i opracowań wyników pomiarów czasów obsługi pojazdów na małych rondach dokonano próby opisu ruchu na tego typu skrzyżowaniach i ich wlotach dojazdowych za pomocą teorii kolejek. Opisane poniżej modele ruchu są próbą zastosowania teoriokolejkowych modeli analitycznych, ale dla skrzyżowań typu małe rondo. Jak dotąd, nie spotkano się w literaturze przedmiotu z zastosowaniem teorii kolejek dla małych rond.

TRAFFIC MODELS FOR SMALL ROUNDABOUTS

Summary. Based on results of distributions analysis of gaps between vehicles on minor road and on results of service times analysis for intersections the queuing models for small roundabouts has been built and has been presented in this article. This article presents a theoretical methodology for queuing model for small roundabouts. The description of queuing model is not detailed and is not completed. Approaching flows give priority to circulating flows. This ensures an uninterrupted flow in the circulating roadway. Circulating and approaching flows merge immediately at the entrance to the circulating roadway. Each vehicle must make two right turns. All other movements are eliminated. As a subordinate vehicle enters the circulating roadway it becomes a priority vehicle.

1. MODELE RUCHU NA MAŁYCH RONDACH

W modelach tych cały proces ruchu ma charakter probabilistyczny, czyli zarówno odstępy czasu pomiędzy kolejnymi zgłoszeniami pojazdów, jak również czasy obsługi są zmiennymi losowymi. Opracowane modele bazują na symbolice Kendalla, więc do opisu każdego z nich użyto następujących parametrów: typu procesu stochastycznego opisującego zgłoszenia pojazdów na wlocie, rozkładu długości czasu trwania obsługi, dla każdego z rozpatrywanych tutaj systemów liczba kanałów obsługi będących do dyspozycji klientów wynosi 1, ponieważ rozważania dotyczą każdego wlotu oddzielnie. Przyjęto także, że liczba miejsc do zajęcia na wlocie jest nieograniczona.

Problem zastosowania teoriokolejkowych modeli analitycznych na skrzyżowaniach typu małe rondo sprowadzono do następującej postaci: założono, że ruch na małych rondach można scharakteryzować za pomocą ogólnego modelu typu $G/G/1$, a następnie po szczegółowych pomiarach ruchu na siedmiu małych rondach próbowano scharakteryzować proces zgłoszeń pojazdów na wlotach, jak i proces obsługi konkretnymi rozkładami.

Opracowane modele zależne są od wielkości natężeń ruchu dopływających na wloty. Rozróżnienie modeli w zależności od pory dnia i związanego z nią natężenia ruchu wynika z innego funkcjonowania małych rond w godzinach pozaszczytowych, innego w godzinach szczytu porannego, innego w godzinach szczytu popołudniowego i jeszcze innego w przypadku bardzo małego ruchu na rondach. Stąd należy zbudować cztery odrębne modele odpowiadające czterem wyżej wymienionym grupom. W niniejszym artykule przedstawiono model $M_{+\Delta} / G_{+\Delta} / 1$ dla godziny szczytu popołudniowego.

2. MODEL RUCHU DLA GODZINY SZCZYTU POPOŁUDNIOWEGO

W godzinach szczytu popołudniowego tworzą się na wlotach małych rond kolejki rzędu kilkunastu pojazdów. Po przeprowadzonych weryfikacjach hipotez statystycznych stwierdzono, że proces zgłoszeń pojazdów można scharakteryzować za pomocą przesuniętego rozkładu wykładniczego, natomiast czas obsługi poprzez ogólny rozkład G . W związku z powyższym ruch w godzinach szczytu popołudniowego na badanych małych rondach można opisać za pomocą modelu $M_{+\Delta} / G_{+\Delta} / 1$.

2.1. Proces zgłoszeń pojazdów na jezdni ronda

Zakładamy, że ruch pojazdów na jezdni ronda to ciąg niezależnych losowych par odstępów (G) i bloków (B): $(G_1, B_1), (G_2, B_2), \dots, (G_N, B_N)$ o wspólnej funkcji rozkładu $(G, B) (x, y)$. Kierowcy pojazdów z wlotów podporządkowanych małych rond obserwują ruch na jezdni ronda jako powtarzające się na przemian bloki i odstępy pomiędzy blokami, gdzie:

- odstępy czasu pomiędzy chwilami kolejnych bloków na jezdni wokół wyspy centralnej przy wlotach małych rond są niezależnymi zmiennymi losowymi o jednakowym rozkładzie wykładniczym z wartością oczekiwaną $\frac{1}{\mu}$ i są niezależne od następnych bloków,
- bloki są niezależne od poprzedzających je odstępów czasu,

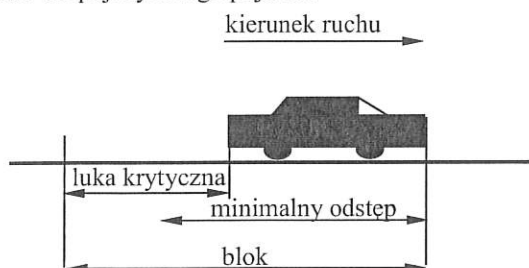
Blok – może nim być jeden pojazd lub kilka pojazdów poruszających się na jezdni ronda wraz z bezpiecznym odstępem gwarantowanym przez minimalny odstęp oraz z luką krytyczną, co schematycznie przedstawiono na rysunku 1. Jest to okres „zajętości” małego ronda dla pojazdów z wlotów podporządkowanych.

2.2. Proces zgłoszeń pojazdów na wlocie podporządkowanym

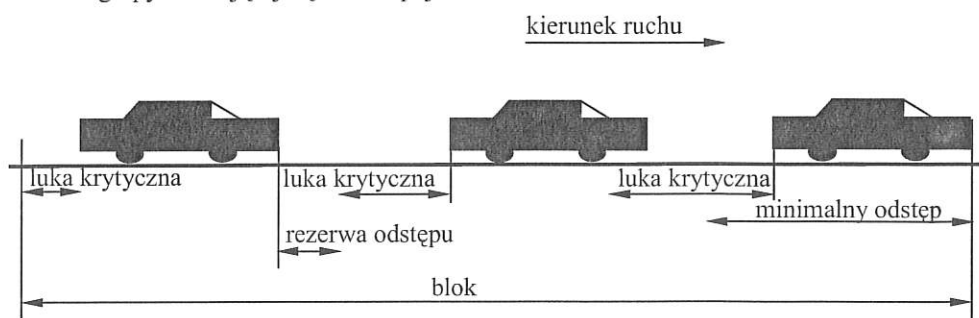
Zakładamy, że:

- odstępy pomiędzy pojazdami na wlocie podporządkowanym stanowią ciąg niezależnych zmiennych losowych o wspólnym przesuniętym rozkładzie wykładniczym,
- niezależność zgłoszeń na jezdni wokół wyspy centralnej i na wlotach podporządkowanych małych rond,
- zmienne losowe opisujące różne własności pojedynczych pojazdów mogą być zależne.

Blok dla pojedynczego pojazdu:



Blok dla grupy składającej się z kilku pojazdów:



Rys. 1. Schematyczne przedstawienie bloku

Fig. 1. The block

3. CZAS OBSŁUGI

Czas obsługi pojazdu na małym rondzie rozumiany jest jako suma czasu, jaki pojazd pozostawał na pierwszym miejscu w kolejce na wlocie (przed linią warunkowego zatrzymania) oraz czasu włączania się na jezdnię ronda aż do momentu uzyskania pozycji zgodnej z osią jezdni ronda. Czas obsługi uzależniony jest od natężenia ruchu panującego na jezdni ronda (a z uwagi na fakt, że potoki na jezdni powstają z potoków na wlotach, to także od natężenia na pozostałych wlotach ronda). Powyższą definicję schematycznie przedstawiono na rysunku 2. Dla rozpatrywanego modelu kolejkowego czas obsługi pojazdu jest stratą czasu nie spowodowaną oczekiwaniem w kolejce.

3.1. Rozkład czasu obsługi dla pojazdów zatrzymanych na wlocie i oczekujących w kolejce

Oznaczmy przez H czas obsługi dla pojazdów oczekujących w kolejce na wlocie. Pojazd, gdy znajdzie się na pierwszej pozycji przed linią podporządkowania wlotu, zaczyna decydować o zaakceptowaniu bądź odrzuceniu luki L . W przypadku gdy odrzuci lukę, jego czas obsługi składa się z: odrzuconej luki (L), następnego bloku (B), czasu wypatrywania kolejnej luki (W) i na końcu czasu włączania się na jezdnię ronda (M), co można zapisać jako:

$$H = \begin{cases} \bar{M} & \text{jeżeli } L > \bar{A} \\ L + B + W + M & \text{jeżeli } L \leq \bar{A} \end{cases} \quad (1)$$

Zmienne losowe W i M są od siebie zależne, ponieważ końcowa decyzja akceptacji z odstępem krytycznym A i czasem włączania się M jest podejmowana przez jeden i ten sam pojazd. Oznaczmy przez H_0 sumę tych dwóch czasów ($H_0=W+M$). Stąd otrzymujemy:

$$H_0^*(s) = \frac{(s + \mu)(A, M)^*(\mu, s)}{s + \mu - \mu(1 - A^*(s + \mu)) \cdot B^*(s)} \quad (2)$$

Zakładając, że $L = G + D$ i (1), otrzymujemy transformację Laplace'a w postaci:

$$H^*(s) = (\bar{A}, \bar{M})^*(\mu, s) D^*(-\mu) + \frac{\mu}{\mu + s} \cdot [D^*(s) - D^*(\mu) \bar{A}^*(s + \mu)] \cdot B^*(s) \cdot H_0^*(s) \quad (3)$$

Na podstawie równania (3) otrzymujemy oczekiwany czas obsługi $E(H)$, przy założeniu że: $A = \bar{A} = 0$, $D = -\bar{M} = -M$ i $B = R$:

$$H^*(s) = \left[M^*(\mu) + \frac{\mu}{s + \mu} \cdot (M^*(-s) - M^*(\mu)) R^*(s) \right] \cdot M^*(s) \quad (4)$$

oczekiwany czas obsługi $E(H)$ wynosi:

$$E(H) = (1 - M^*(\mu)) \cdot \left(\frac{1}{\mu} + E(R) \right) \quad (5)$$

oraz wariancja czasu obsługi $E(H^2)$ wynosi:

$$E(H^2) = E(R^2) \cdot (1 - M^*(\mu)) + 2 \left[E(H) \left(\frac{1}{\mu} + E(M) \right) - E(M) \left(\frac{1}{\mu} + E(R) \right) + Var(M) \right] \quad (6)$$

3.2. Rozkład czasu obsługi dla pojazdów, które po przybyciu na wlot nie zastały na nim żadnych pojazdów (brak kolejki na wlocie)

Oznaczmy przez $\bar{H}$ czas obsługi dla pojazdów, które po przybyciu na wlot nie zastały na nim żadnych innych pojazdów (brak kolejki pojazdów). Pojazdy te przybyły na wlot T jednostek czasu po czasie T_2 , czyli po momencie, w którym kierowca następnego po własnie obsłużonym pojeździe powinien rozpoczynać obserwację odstępów czasu pomiędzy pojazdami na jezdni ronda. Zmienna losowa T ma rozkład wykładniczy z parametrem λ oraz jest niezależna od zgłoszeń na jezdni ronda. Występują trzy możliwości podczas przybycia pojazdu na wlot:

- Jeżeli pojazd zgłosi się na wlocie po czasie T , gdy: $T < L - \bar{A}$, to włączanie rozpoczyna się od razu, a czas obsługi wynosi $\bar{H} = \bar{M}$.
- Jeżeli pojazd zgłosi się na wlocie po czasie T , gdy: $L - \bar{A} \leq T \leq L + B$, to wtedy pierwsza szansa na włączenie się występuje w czasie $L + B$. Pozostałe straty czasu od tej chwili są to straty H_0 i możemy je obliczyć tak samo, jak w równaniu (2).
- Jeżeli pojazd zgłosi się na wlocie po czasie T , gdy: $T > L + B$, to przybycie występuje podczas normalnego procesu odstęp – blok na jezdni ronda i w celu określenia czasu obsługi $\bar{H}$ zastosujemy proces odnowy.

Oznaczmy przez $\bar{H}_0$ czas obsługi dla pojazdów zgłaszających się na wlocie T jednostek czasu po rozpoczęciu się odstępu na jezdni ronda, w przypadku gdy na wlocie nie ma żadnych innych pojazdów. Otrzymujemy zatem:

$$\bar{H} = \begin{cases} \bar{M} & \text{jeżeli } T < L - \bar{A} \\ L + B - T + H_0 & \text{jeżeli } L - \bar{A} \leq T \leq L + B \\ \bar{H}_0 & \text{jeżeli } T > L + B \end{cases} \quad (7)$$

gdzie $\bar{H}_0$ ma postać:

$$\bar{H}_0 = \begin{cases} \bar{M} & \text{jeżeli } T < G - \bar{A} \\ G + B - T + H_0 & \text{jeżeli } G - \bar{A} \leq T \leq G + B \\ \bar{H}_0' & \text{jeżeli } T > G + B \end{cases} \quad (8)$$

gdzie: $\bar{H}_0'$ oraz $\bar{H}_0$ mają ten sam rozkład. Stosując transformację Laplace'a w równaniach (7) i (8) otrzymujemy:

$$\bar{H}^*(s) = \frac{\lambda \cdot M^*(s)}{\lambda - s} \cdot \left(\frac{H^*(s)}{M^*(s)} - \frac{H^*(\lambda)}{M^*(\lambda)} \cdot \frac{s + \mu(1 - R^*(s))}{\lambda + \mu(1 - R^*(\lambda))} \right) \quad (9)$$

Wartość oczekiwaną czasu obsługi dla pojazdów, które po przybyciu na wlot nie zastały na nim żadnych pojazdów można obliczyć za pomocą pochodnej z transformacji Laplace'a:

$$E(\bar{H}) = E(H) - \frac{1}{\lambda} + \frac{H^*(\lambda)}{M^*(\lambda)} \cdot \frac{1 + \mu E(R)}{\lambda + \mu(1 - R^*(\lambda))} \quad (10)$$

oraz wariancja czasu obsługi $E(H^2)$ obliczona też przez pochodną wynosi:

$$E(\bar{H}^2) = E(H^2) + \frac{2}{\lambda} \cdot (E(M) - E(\bar{H})) + 2E(M) \cdot (E(\bar{H}) - E(H)) + \frac{\mu H^*(\lambda)}{M^*(\lambda)} \cdot E(R^2) \quad (11)$$

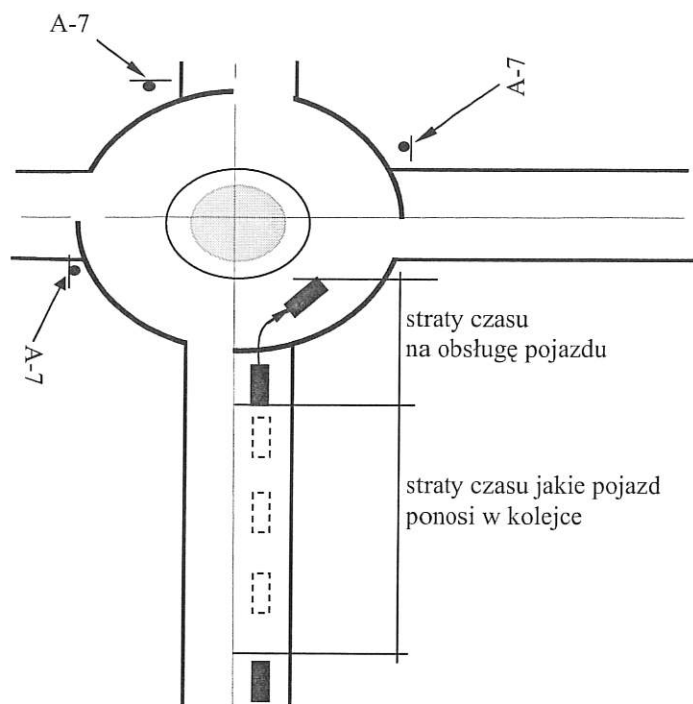
4. CAŁKOWITE STRATY CZASU

Całkowite straty czasu na małych rondach, jakie ponoszą pojazdy, które po zgłoszeniu się na wlot zastały na nim kolejkę pojazdów, składają się ze strat czasu ponoszonych w kolejce oraz strat czasu wynikających z samego procesu obsługi pojazdu. Natomiast pojazdy, które zgłaszając się na wlocie nie zastały na nim żadnych innych pojazdów, ponoszą tylko straty czasu wynikające z obsługi nie ponosząc strat czasu w kolejce ani strat czasu na podciąganie do pierwszego miejsca w kolejce na wlocie.

Czas podciągania w kolejce aż do pierwszego miejsca w kolejce (M_0) jest częścią strat czasu ponoszonych w kolejce.

Rozważmy pojazd z wlotu podporządkowanego, który podjeżdżając na wlot ustawia się na końcu kolejki oczekujących już na wlocie pojazdów. Całkowite straty czasu pojazdów na wlotach podporządkowanych małych rond składają się z czterech części:

- $W_q = T_l - T_0$. Czas oczekiwania w kolejce od momentu przybycia pojazdu na koniec kolejki na wlocie (T_0) do momentu, gdy poprzedni pojazd zaakceptuje odstęp i opuści wlot wjeżdżając na jezdnię ronda (T_l).



Rys. 2. Klasyfikacja strat czasu pojazdu na małych rondach
Fig. 2. Delay at small roundabouts

- $M_0 = T_2 - T_1$. Czas potrzebny na „podciąganie” do pierwszego miejsca w kolejce na wlocie pomiędzy czasem T_1 a czasem T_2 , w którym kierowca zaczyna obserwować odstępy czasu pomiędzy pojazdami na jezdni ronda.
- $W_s = T_4 - T_3$. Czas wypatrywania odstępu do zaakceptowania, aż do czasu T_3 , kiedy odstęp zostanie zaakceptowany.
- $M_e = T_4 - T_3$. Czas włączania się pojazdu z pierwszego miejsca w kolejce na wlocie na jezdnię wokół wyspy centralnej.

Czas włączania się n -tego pojazdu oraz czas natychmiastowego podciągania w kolejce następnego $n+1$ -go pojazdu nakładają się na siebie, stąd chwile czasu T_3 oraz T_1'' nakładają się na siebie. Czas obsługi pojazdu (H) nie zawiera całości interwału $[T_1, T_4]$, ale stanowi sumę dwóch czasów:

$$H = W_s + M_e \quad (12)$$

gdzie obsługa rozpoczyna się w czasie T_2 , kiedy to kierowca rozpoczyna obserwację odstępu czasu na jezdni ronda, a kończy się wraz z zakończeniem włączania się na jezdnię ronda. Następny $n+1$ pojazd rozpoczyna swoją obsługę w chwili T_4 od obserwacji odstępu czasu na jezdni ronda (zobacz rysunek 3).

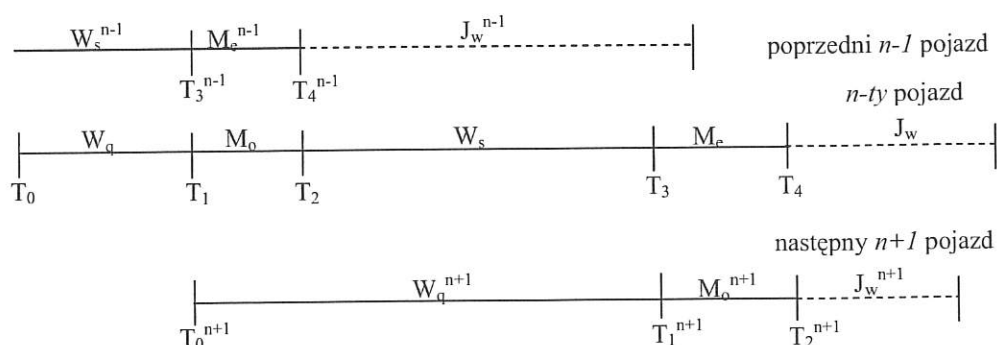
W rozpatrywanym modelu przyjęto, że kierowcy rozpoczynają skuteczną i efektywną obserwację odstępu od momentu przybycia na pierwsze miejsce w kolejce. Przyjęcie takiego założenia wynika z faktu, że obserwacja odstępu na jezdni ronda przez pojazd oczekujący w kolejce rozpoczyna się dopiero od momentu, gdy jest to fizycznie możliwe ze

względem na poprzedzające pojazdy. Stąd założono, że obsługa pojazdów nie będących w kolejce nie może rozpocząć się wcześniej niż M_0 jednostek czasu po zakończeniu ostatniej obsługi. Hawkes w 1968 [3] wprowadził do swojego modelu tzw.: „czas wahania się i niezdecydowania” dla pojazdów które zgłaszając się na wlot nie zastały na nim żadnych pojazdów, jako odpowiednik „czasu podciągania” dla pojazdów oczekujących w kolejce.

Gdy w czasie T_l na jezdni ronda wystąpi odstęp akceptowany, który jest większy niż losowy odstęp, to spowoduje to decyzję akceptacji dla pojazdu na wlocie.

W sytuacji, gdy pojazd zgłasza się na wlocie w czasie, gdy nie ma na nim żadnych innych pojazdów i dodatkowo nie ma też żadnych pojazdów na jezdni ronda, to od razu korzysta z części aktualnie występującego dużego odstępu w potoku na jezdni ronda, nie ponosząc przy tym takich strat czasu, jakie ponoszą pojazdy, które nie zastały tak dogodnych warunków na wlocie, jak brak kolejki i duży odstęp akceptowany. Takie sytuacje możemy spotkać na małych rondach zlokalizowanych na terenach zabudowanych poza godzinami szczytowymi. Czas obserwacji odstępów czasu (przez pojazdy na pierwszej pozycji w kolejce), który jest częścią czasu obsługi, jest stochastycznie dłuższy dla pojazdów nie oczekujących w kolejce niż dla pojazdów oczekujących w kolejce na wlocie. Zatem model kolejkowy zastosowany do opisu małego ronda musi zawierać dwa typy czasów obsługi pojazdów: pierwszy dla pojazdów, które po zgłoszeniu się na wlocie nie zastały na nim żadnych innych pojazdów ($M_{+\Delta}/G_{+\Delta}1/1$), oraz drugi dla pojazdów, które po zgłoszeniu się na wlocie zastały na nim kolejkę pojazdów ($M_{+\Delta}/G_{+\Delta}2/1$).

Jako pierwszy Yeo (1962) wprowadził tego typu podział i analizował system $M/G2/1$, ale dla skrzyżowań bez sygnalizacji świetlnej. Założył, że czasy obsługi są niezależne oraz, że czasy obsługi dla pojazdów oczekujących w kolejce mają te same rozkłady. Chcąc stosować model Yeo należy sformułować dokładne założenia co do rozkładu opisującego proces zgłoszeń na jezdni głównej oraz na wlotach podporządkowanych.



Rys. 3. Całkowite straty czasu pojazdów na wlocie podporządkowanym małego ronda

Fig. 3. The total vehicles delay on minor road at small roundabout

gdzie:

T_0 - moment przybycia n -tego pojazdu na koniec kolejki na wlocie,

T_l - moment gdy poprzedni $n-1$ -szy pojazd zaakceptuje odstęp i opuści wlot wjeżdżając na jezdnię ronda,

- T_2 - moment, w którym kierowca z n -tego pojazdu rozpoczyna obserwować odstępy czasu pomiędzy pojazdami na jezdni ronda,
 T_3 - moment akceptacji odstępu przez n -tego kierowcę,
 T_4 - moment włączenia się n -tego pojazdu z pierwszego miejsca w kolejce na wlocie na jezdnię wokół wyspy centralnej,
 T_3^{n-1} - moment akceptacji odstępu poprzedniego przez $n-1$ -szy pojazd,
 T_4^{n-1} - moment włączenia się poprzedniego $n-1$ -szego pojazdu na jezdnię ronda,
 M_e^{n-1} - czas włączania się na jezdnię ronda poprzedniego $n-1$ -go pojazdu,
 W_s^{n-1} - czas wypatrywania luki dostatecznej przez $n-1$ -szy pojazd,
 T_0^{n+1} - moment przybycia na wlot $n+1$ -go, następnego pojazdu,
 T_1^{n+1} - moment gdy poprzedni n -ty pojazd zaakceptuje odstęp i opuści wlot wjeżdżając na jezdnię ronda,
 T_2^{n+1} - moment w którym kierowca $n+1$ -go pojazdu zaczyna obserwować odstępy czasu pomiędzy pojazdami na jezdni ronda,
 W_q - czas oczekiwania w kolejce przez n -ty pojazd,
 M_0 - czas potrzebny n -temu pojazdowi na podciągnięcie do pierwszego miejsca w kolejce na wlocie,
 W_s - czas wypatrywania luki dostatecznej przez n -ty pojazd,
 M_e - czas włączania się n -tego pojazdu z pierwszego miejsca w kolejce na wlocie na jezdnię wokół wyspy centralnej,
 W_s^{n-1} - czas wypatrywania luki dostatecznej przez $n-1$ -szy pojazd,
 M_e^{n-1} - czas włączania się $n-1$ -go pojazdu z pierwszego miejsca w kolejce na wlocie na jezdnię wokół wyspy centralnej,
 W_q^{n+1} - czas oczekiwania w kolejce przez $n+1$ -szy pojazd,
 M_0^{n+1} - czas potrzebny $n+1$ -szemu pojazdowi na podciągnięcie do pierwszego miejsca w kolejce na wlocie.
 $J_w, J_w^{n-1}, J_w^{n+1}$ - czas potrzebny pojazdowi na jazdę wokół wyspy centralnej aż do obranego wylotu, jego wartość jest uzależniona od struktury kierunkowej.

Literatura

1. Troutbeck R. J., Brilon W.: Unsignalized Intersection Theory. Rozdział z książki: Traffic Flow Theory, Transportation Research Board, 1999. Weryfikacja monografii z 1964 roku.
2. Hagring O.: Estimation of Critical Gaps in Two Major Streams. Transportation Research vol. 34B(4), 2000, s. 293-313.
3. Heidemann D., Wegmann H.: Queueing at unsignalized intersections. Transportation Research Board. Vol. 31. No 3, s. 239-263, 1997.
4. Hellwig Z.: Elementy rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej. Wydawnictwo PWN, Warszawa 1978.

Recenzent: Dr hab. Romuald Szopa, prof. Pol. Częstochowskiej