

Andrzej WILK, Tomasz FIGLUS, Piotr FOLEGA, Grzegorz WOJNAR

METODA KOMPUTEROWEGO WSPOMAGANIA WYZNACZANIA SZTYWNOŚCI ZAZĘBIENIA NA POTRZEBY BADAŃ SYMULACYJNYCH

Streszczenie. W opracowaniu przedstawiono zastosowanie metody elementów brzegowych (MEB) do wyznaczania sztywności zazębienia kół. Dokonano analizy wpływu rozwoju pęknięcia zmęczeniowego zęba na zmiany sztywności zazębienia. Otrzymane wyniki badań wykorzystano w modelu diagnostycznym do wykrywania uszkodzeń zębów kół.

THE METHOD OF COMPUTER AIDED ENGINEERING OF ANALYSIS OF THE STIFFNESS OF MESHING ON NEED OF SIMULATING INVESTIGATIONS

Summary. Application of the Boundary Elements Method (BEM) in the numerical analysis of the stiffness of meshing has been presented in the paper. The analyses of influence of development of the fatigue crack in a gear tooth root were executed in modification the stiffness of teeth of wheels. The got results use in diagnostic model fault tooth wheel.

1. WPROWADZENIE

Przekładnie zębate są powszechnie wykorzystywane w przemysłowych układach przeniesienia napędu. Z tego powodu bardzo dużą wagę przywiązuje się do ich niezawodności i trwałości. Równolegle są rozwijane metody diagnozowania tychże obiektów, m. in. bazujące na pomiarze i przetwarzaniu sygnałów drganiowych.

Na podstawie wcześniejszych prac autorów [1,2] bazujących na wynikach badań doświadczalnych wiadomo, że do celów diagnostycznych użyteczny jest sygnał prędkości drgań poprzecznych wałów przekładni. Jednakże ze względu na wysokie koszty badań doświadczalnych i dynamiczny rozwój techniki cyfrowej w ramach opracowania do poszerzenia wiedzy diagnostycznej zaproponowano wykorzystanie badań i symulacji komputerowych [1].

Jednym z typowych uszkodzeń przekładni zębatych jest pęknięcie stopy zęba, które jest trudne do wykrycia szczególnie we wczesnym stadium zaawansowania. Pęknięcie podstawy zęba powoduje spadek jego sztywności. Sztywność zazębienia określona jest jako stosunek siły normalnej do wyznaczonego w kierunku prostopadłym do zarysu zęba w przekroju czołowym odkształcenia w znajdujących się w przyporze par zębów o jednostkowej szerokości

bezodchylkowej przekładni. By uwzględnić wpływ wszystkich istotnych czynników konstrukcyjnych sztywność zazębienia można wyznaczyć przy wykorzystaniu numerycznych metod obliczeń np. metody elementów brzegowych (MEB). Wykorzystując MEB zasymulowano szczelinę zmęczeniową w miejscu występowania maksymalnych naprężeń w stopie zęba po jego rozciąganej stronie. W ten sposób wyznaczono wypadkową sztywność pary zębów wzdłuż odcinka przyporu. Wprowadzenie jej do zidentyfikowanego modelu dynamicznego przekładni zębatej opracowanego w środowisku Matlab-Simulink pozwoliło na pozyskanie wiarygodnych sygnałów prędkości drgań poprzecznych wałów przekładni. Na podstawie przeprowadzonych badań analiz zauważono dużą użyteczność do celów diagnostycznych m. in. transformaty Wignera-Ville'a umożliwiające wykrycie niskoenergetycznej zmiany sygnału drganiowego spowodowanej symulowanym w badaniach uszkodzeniem.

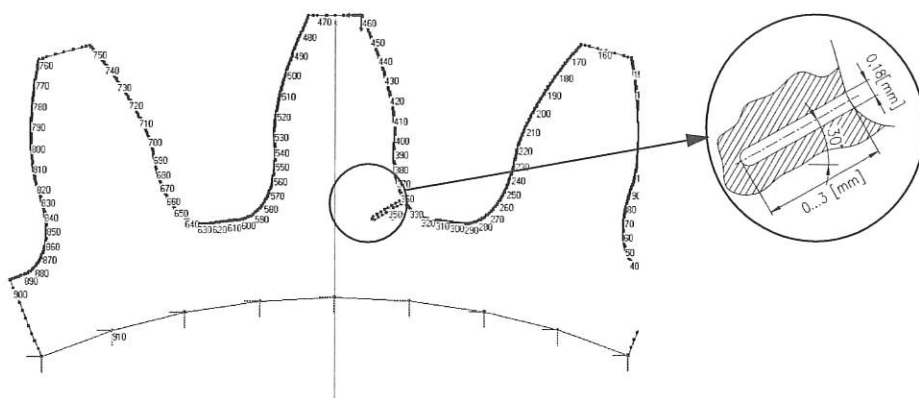
2. WYZNACZENIE SZTYWNOŚCI ZAZĘBIENIA NA POTRZEBY BADAŃ SYMULACYJNYCH PRZY POMOCY MEB

Wykorzystanie MEB w procesie projektowania i konstruowania kół zębatych pozwala na racjonalny dobór cech konstrukcyjnych kół zębatych i narzędzia [3]. Zastosowane w pracy programy komputerowe umożliwiają:

- wyznaczenie dokładnego zarysu zęba koła zewnętrze lub wewnętrznie uzębionego w zależności od przyjętych cech geometrycznych kół zębatych i parametrów zarysu odniesienia,
- wyznaczenie dokładnego zarysu zęba koła zewnętrze uzębionego z uwzględnieniem naturalnego procesu zużywania się zębów w wyniku ich współpracy oraz parametrów protuberancji narzędzia,
- obliczenia wartości i rozkładu naprężeń w stopie zęba za pomocą MEB.

Wyznaczenie sztywności zazębienia za pomocą MEB z uwzględnieniem kontaktu uwzględnia wszystkie czynniki występujące w kontakcie zębów kół. Takie pełne podejście do zagadnienia powoduje jednak trudności numeryczne oraz stosunkowo długi czas obliczeń numerycznych. Dlatego w pracy po wykonaniu szeregu eksperymentów numerycznych opracowano uproszczoną metodę wyznaczania sztywności zazębienia opartą na założeniach metody analitycznej podanej w pracy [4]. Przyjętą metodykę obliczeń uwzględniającą modelowanie pęknięcia stopy zęba oraz założenia obliczeń podano w [5]. W celu weryfikacji opracowanej metody wyznaczania sztywności zazębienia porównano wyniki obliczeń numerycznych z wynikami zamieszczonymi w literaturze [4] uzyskując ich zgodność jakościową i ilościową [5]. Wykorzystując opracowaną uproszczoną metodę wyznaczania sztywności zazębienia wykonano symulacje rozwoju pęknięcia zmęczeniowego stopy zęba poprzez modelowanie jego podcięcia. W tym celu zamodelowano zęby kół o następujących cechach geometrycznych: liczba zębów zębownika $z_1=16$, liczba zębów koła $z_2=24$, współczynnik korekcji zębownika $x_1=0.864$, współczynnik korekcji koła $x_2=-0.5$ oraz przy założeniu zarysu odniesienia: kąt przyporu $\alpha_{on}=20^\circ$, wysokości głowy narzędzia $h_{ao}=1.25$, promień zaokrąglenia głowy narzędzia $\rho_{ao}=0.2$. Pęknięcie zęba koła modelowano poprzez podcięcie jego stopy zgodnie z rys. 1. Rozwój szczeliny zmęczeniowej symulowano w miejscu wystąpienia maksymalnych naprężeń w stopie zęba koła po jego rozciąganej stronie ($z_2=24$), przyjmując kolejne wartości długości

podcięcia od 0 do 3 mm, zgodnie z parametrami podanymi na szczególe (rys. 1). Przykładowe wyznaczone ugięcie zęba pod wpływem przyłożonej jednostkowej siły przedstawiono na rysunku 2.

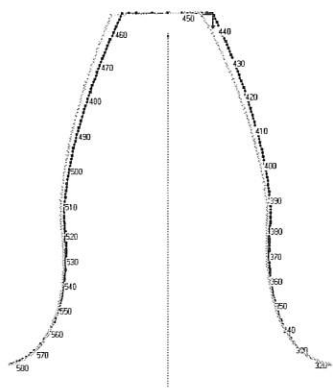


Rys. 1. Model MEB z pęknięciem stopy zęba koła

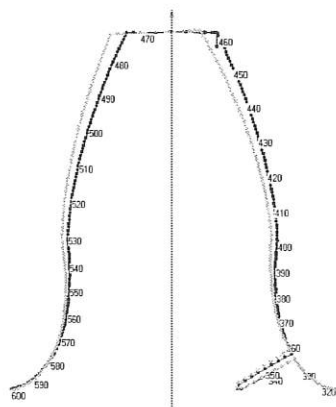
Fig. 1. The BEM model from crack in a gear tooth

Uzyskane zmiany sztywności zazębienia dla kolejnych wybranych wartości długości podcięcia pokazano na rysunku 3a. Procentowe zmiany sztywności zazębienia w zależności od długości pęknięcia stopy zęba określone w stosunku do wartości sztywności zazębienia bez podcięcia zamieszczono na rysunku 3b.

a)

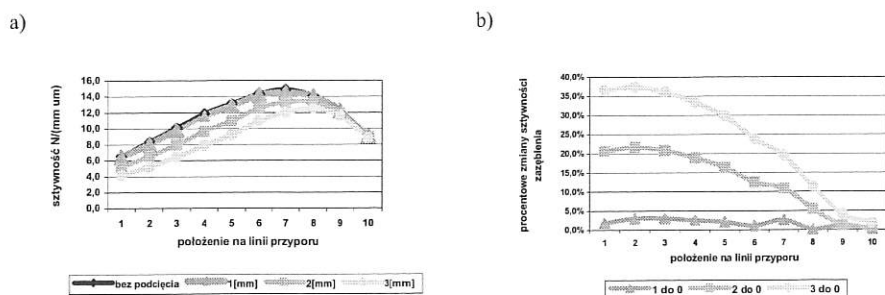


b)



Rys. 2. Ugięcie zęba pod wpływem przyłożonej jednostkowej siły, zastosowano skalę przemieszczeń 10:1: a) ząb bez pęknięcia, b) ząb z pęknięciem

Fig. 2. The deflection a gear tooth under of applied a force, use a scale displacement 10:1: a) the gear tooth without crack, b) the gear tooth from crack



Rys. 3. Zmiany sztywności: a) zazębienia w zależności od długości podcięcia zęba koła, b) procentowe zmiany sztywności zazębienia

Fig. 3. The modification of stiffness: a) in relationship from length of crack gear tooth, b) the percentage of modification of stiffness of teeth of wheel

3. BADANIA SYMULACYJNE DIAGNOZOWANIA USZKODZEŃ KÓŁ ZĘBATYCH

Badania symulacyjne zmęczeniowego pęknięcia stopy zęba w obecności uszkodzeń łożysk tocznych przekładni przeprowadzono wykorzystując jako podstawę zidentyfikowany model dynamiczny przekładni zębatej w układzie napędowym [1,6,7]. Model ten przedstawia układ składający się z elektrycznego silnika asynchronicznego, jednostopniowej przekładni zębatej, maszyny roboczej, wałów pośrednich oraz sprzęgieł [6].

Podczas badań przeprowadzono symulacje, których celem było określenie wpływu zmiany sztywności zazębienia na strukturę czasowo-częstotliwościową sygnału drganiowego wału koła. Badania wykonano na kołach o parametrach podanych w p.2, przy częstotliwości obrotowej wału wynoszącej 30 Hz. Przyjęto następujące odchyłki wykonania kół: $f_1 = -7\ \mu m$, $f_2 = 5\ \mu m$, $s_{1max} = s_{2max} = \pm 4,8\ \mu m$. W symulacjach założono trzy przypadki zmiany wypadkowej sztywności zazębienia wskutek pęknięcia o wartości: 12%, 24% i 36%.

Do analiz sygnałów drganiowych wykorzystano metodę obliczeń opartą na filtracji oraz uśrednianiu synchronicznym prezentowaną przez autorów w pracach [5, 8]. Analizę tak przetworzonego sygnału wykonano stosując rozkład sygnału w dziedzinie czasu i częstotliwości na podstawie transformaty Wignera-Ville'a, którą obliczono z zależności:

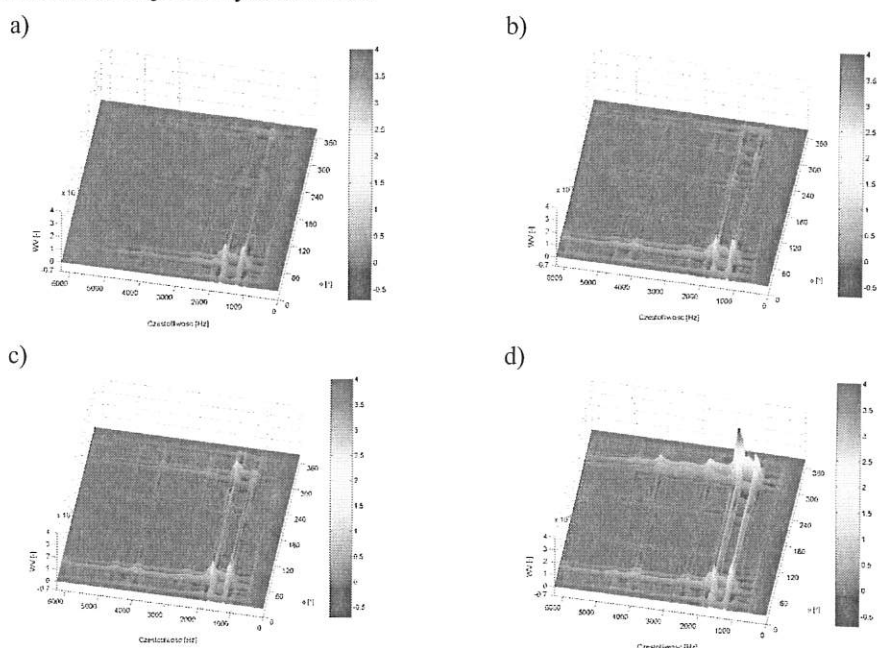
$$WV(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t + \frac{\tau}{2}) x^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (1)$$

gdzie: $x^*(t)$ – sygnał zespolony sprzężony z $x(t)$.

Transformata ta ma bardzo dobrą rozdzielczość w dziedzinie czasu i częstotliwości oraz umożliwia rozróżnienie zjawisk modulacji amplitudowej i fazowej. Dzięki tym zaletom znalazła szerokie zastosowanie w diagnostyce przekładni zębatych, przy wykrywaniu uszkodzeń kół, jak i łożysk tocznych [2, 5, 8]. Wyniki analiz wskazują, że symulowana zmiana wypadkowej sztywności zazębienia powoduje wystąpienie symptomów energetycznych uszkodzenia w rozkładzie Wignera-Ville'a.

Na rysunku 4a przedstawiono rozkład Wignera-Ville'a sygnału drganiowego wału nieuszkodzonego. Charakterystyczne maksima występujące w rozkładzie spowodowane są

tylko błędami wykonania kół zębatych. Rozkłady Wignera-Ville'a sygnałów drganiowych przekładni, w której symulowano rozwój pęknięcia stopy zęba, wykazują zmiany amplitudy w strefie przyporu zęba podciętego oraz zęba wchodzącego w przypór bezpośrednio po nim (rys. 4b-d). Zmiany rozkładu sygnału drganiowego spowodowane 12% zmniejszeniem sztywności (rys. 4b) posiadają bardzo małą energię i mogą być interpretowane jako zaburzenie spowodowane błędami wykonania kół.



Rys. 4. Rozkład Wignera-Ville'a:

- a) zazębienie nieuszkodzone,
- b) pęknięcie stopy zęba powodujące 12% zmianę sztywności zazębienia,
- c) pęknięcie stopy zęba powodujące 24% zmianę sztywności zazębienia,
- d) pęknięcie stopy zęba powodujące 36% zmianę sztywności zazębienia

Fig. 4. Wigner-Ville distyrbution:

- a) gear without damage,
- b) crack of root tooth – reduction of stiffness 12%,
- c) crack of root tooth – reduction of stiffness 24%,
- d) crack of root tooth – reduction of stiffness 36%,

Analizy wykazały, iż zakładana 24% i 36% zmiana wypadkowej sztywności (rys. 4c-d) powoduje wzrost energii sygnału znacznie przewyższający symptomy spowodowane błędami wykonania kół. Występujące na rysunku 4c-d zmiany amplitudowo-fazowe będące symptomem zmęczeniowego pęknięcia stopy zęba mają charakter zaburzenia szerokopasmowego, z lokalnymi maksimami. Uzyskane wyniki analizy wskazują, że metoda Wignera-Ville'a sygnału drganiowego pozwala wykryć uszkodzenia zęba koła wskutek jego podcięcia.

4. PODSUMOWANIE

Zastosowanie MEB umożliwiło wyznaczenie zmian wypadkowej sztywności zazębienia spowodowanej rozwojem pęknięcia zmęczeniowego zęba. Otrzymane zmiany sztywności pozwoliły na przeprowadzenie symulacji komputerowych z wykorzystaniem pakietu Matlab-Simulink. W symulacjach wykorzystano zidentyfikowany model dynamiczny przekładni zębatej w układzie napędowym. Wyniki przeprowadzonych eksperymentów numerycznych wskazują, że przyjęty do badań model symulacyjny przekładni zębatej w układzie napędowym wykazuje wrażliwość na symulowane w badaniach zmiany sztywności zazębienia, a zatem może być dobrym narzędziem wspomagania badań diagnostycznych przekładni zębatych.

Literatura

1. Łazarz B., Wojnar G.: Modelowanie przekładni zębatych w układzie napędowym do celów diagnostycznych. ZN Pol. Śl., Transport, z. 44, Gliwice 2002.
2. Łazarz B., Wojnar G., Figlus T.: Wykrywanie uszkodzeń łożysk w przekładni zębatej. ZN Pol. Śl., Transport, z. 46, Gliwice 2003.
3. Folęga P., Wilk A.: Analiza stanu naprężenia w podstawie zęba z wykorzystaniem MEB. XXI Sympozjon Podstaw Konstrukcji Maszyn, WNT, tom I, Ustroń 2003.
4. Müller L.: Przekładnie zębate – dynamika, WNT, Warszawa 1986.
5. Folęga P., Wilk A., Figlus T.: Symulowanie rozwoju pęknięcia zęba koła z wykorzystaniem MEB w badaniach diagnostycznych przekładni, Diagnostyka, vol. 33, 2005.
6. Łazarz B.: Zidentyfikowany model dynamiczny przekładni zębatej jako podstawa projektowania. Biblioteka Problemów Eksploatacji – Studia i Rozprawy, Katowice-Radom 2001.
7. Łazarz B., Wojnar G.: Model dynamiczny układu napędowego z przekładnią zębatą. XVII Ogólnopolska Konferencja Przekładnie Zębate, Węgierska Górka 2000.
8. Figlus T., Wilk A., Folęga P.: Diagnozowanie złożonych przypadków uszkodzeń przekładni zębatych z wykorzystaniem różnych technik pomiaru drgań. ZN Pol. Śl., Transport, z. 56, Gliwice 2005.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Zbigniew Dąbrowski